PITAGORAS
ACADEMIA

TRIGONOMETRÍA

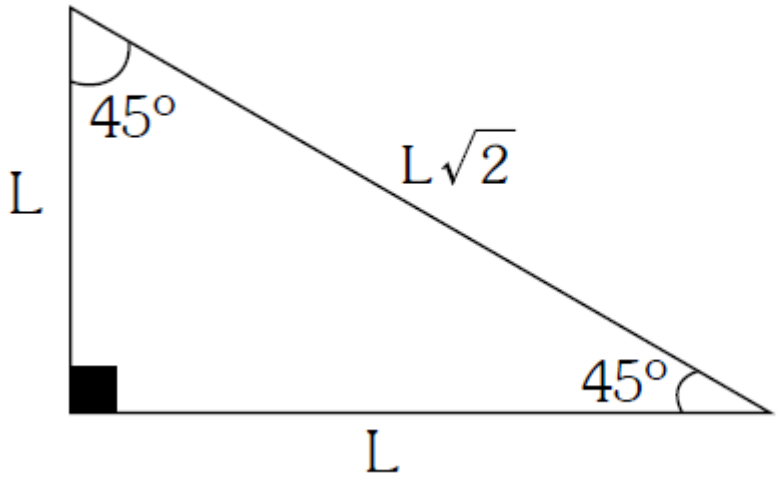
Profesor
DAVIS REYES

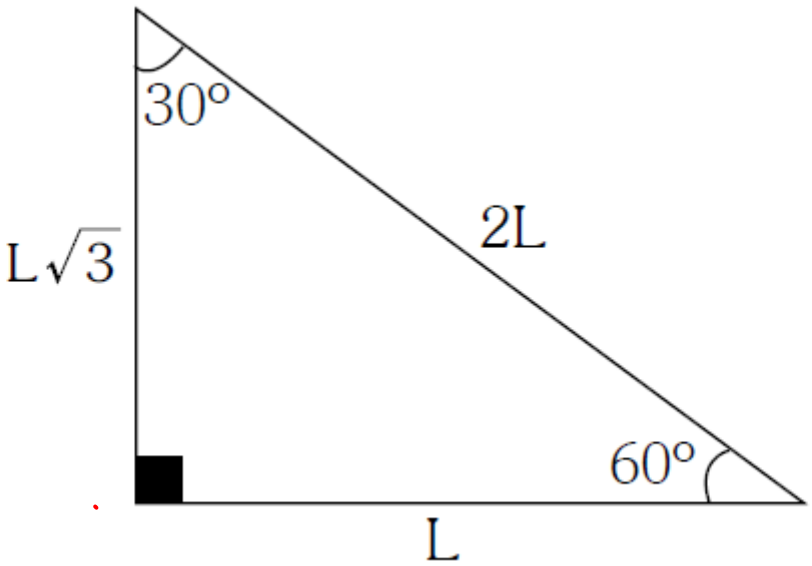
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

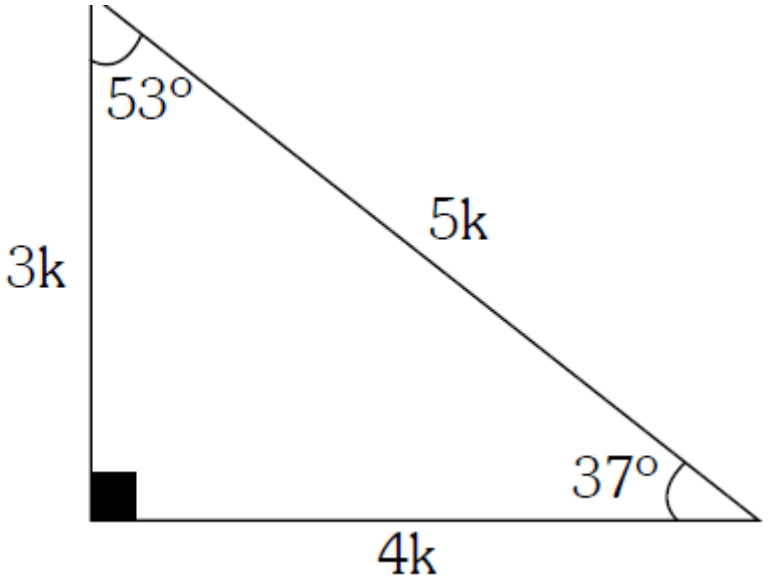
TRIÁNGULOS NOTABLES Y APROXIMADOS

TRIÁNGULOS NOTABLES Y APROXIMADOS

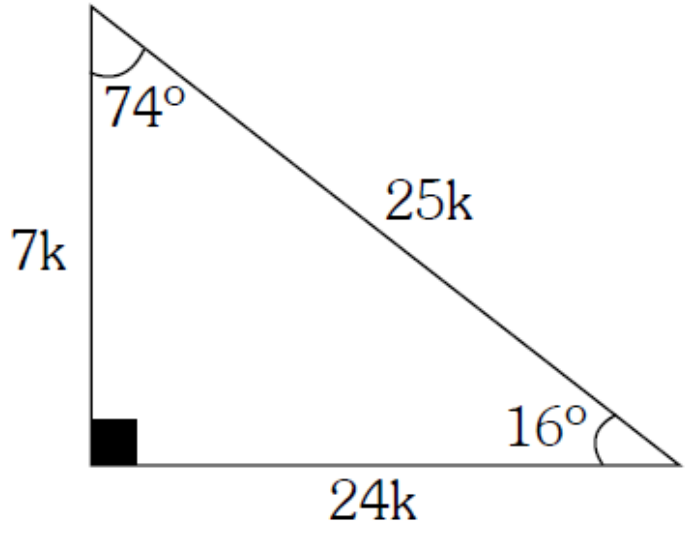
TRIÁNGULO RECTÁNGULOS NOTABLES

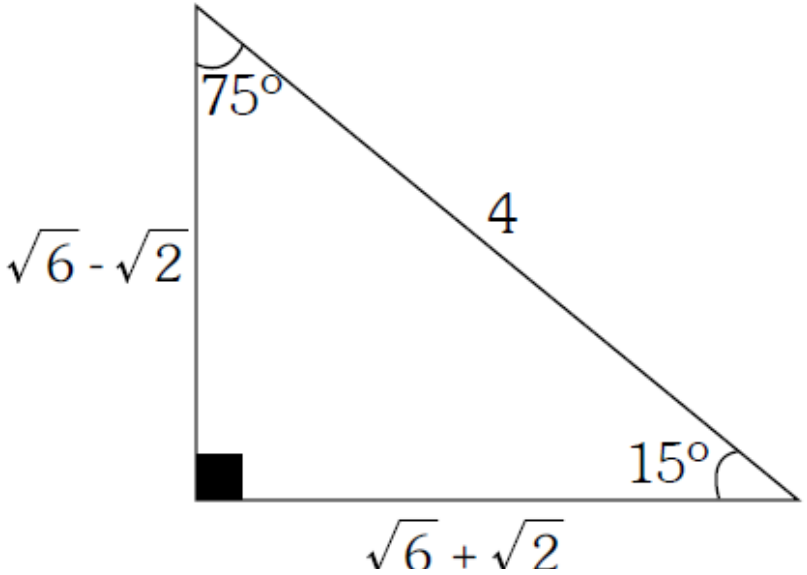


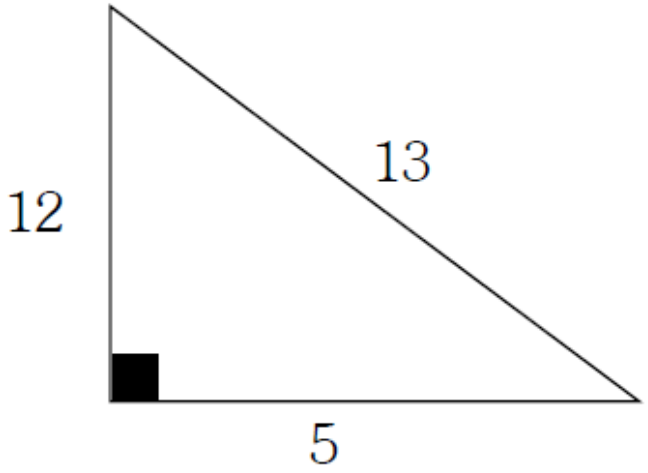


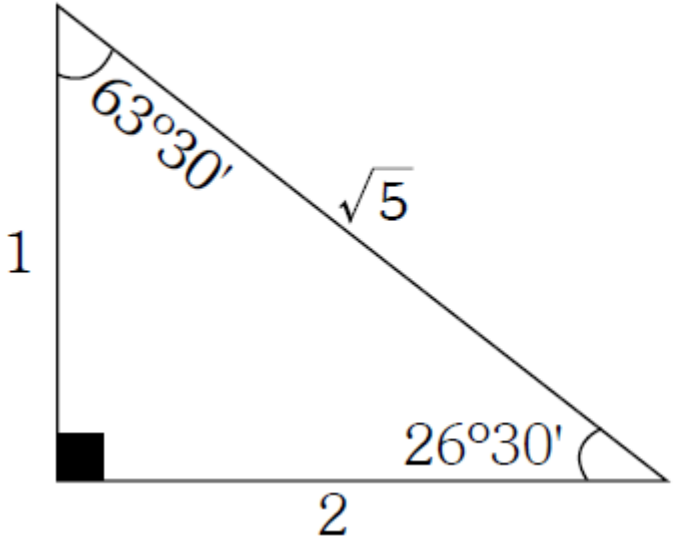


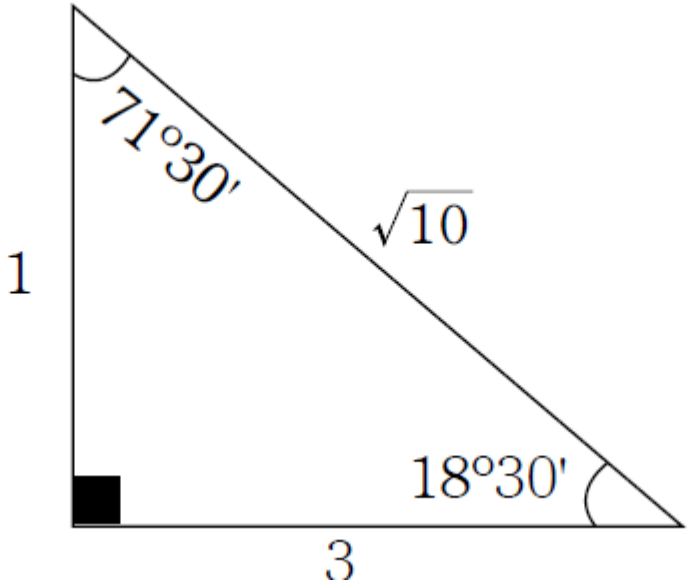
TRIÁNGULOS NOTABLES Y APROXIMADOS

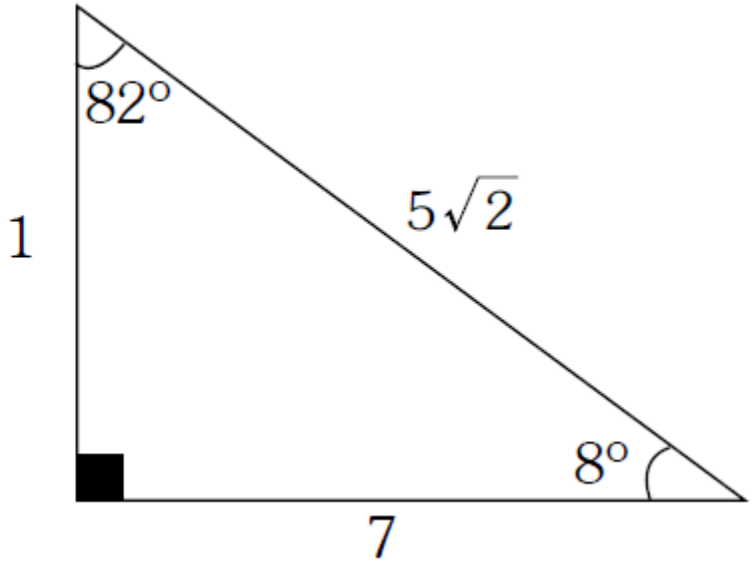






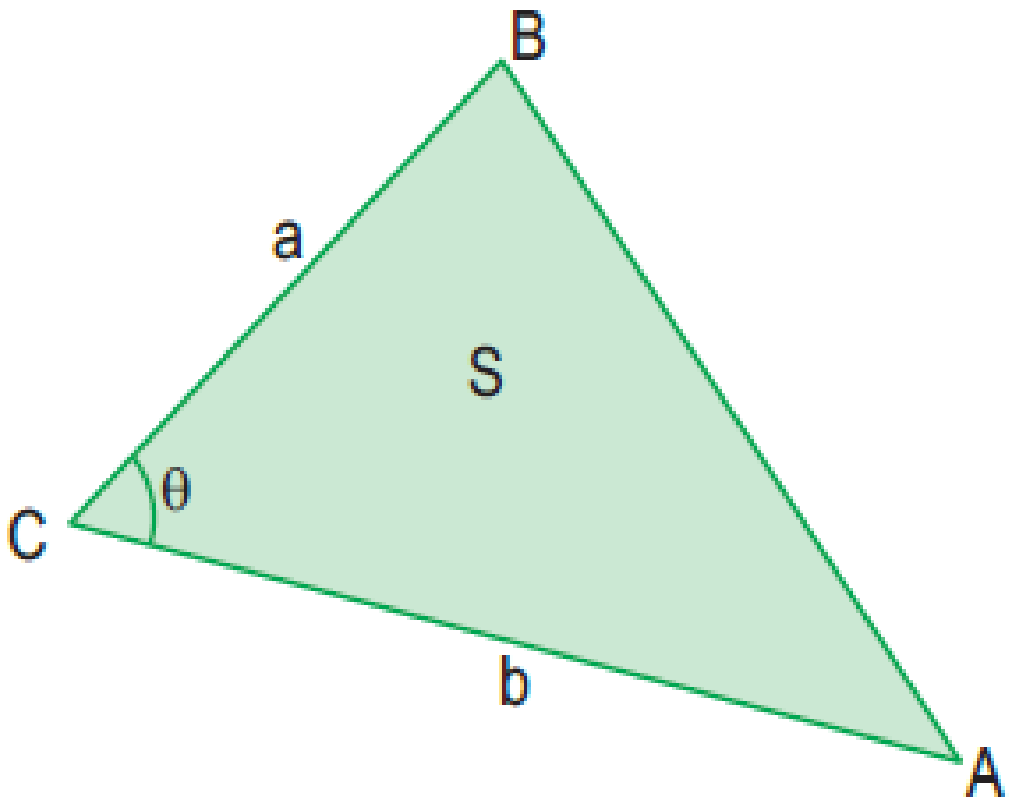






ÁREA DE UNA REGIÓN TRIÁNGULAR

ÁREA DE UNA REGIÓN TRIANGULAR



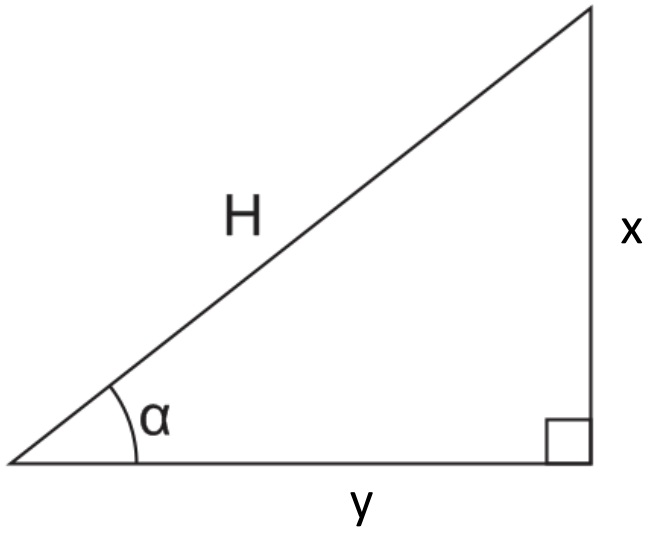
Del gráfico:

$$S = \frac{ab}{2}\text{sen}\theta$$

Obs: $\frac{2S}{ab} = \text{Sen}\theta$

RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Caso I Conociendo la Hipotenusa



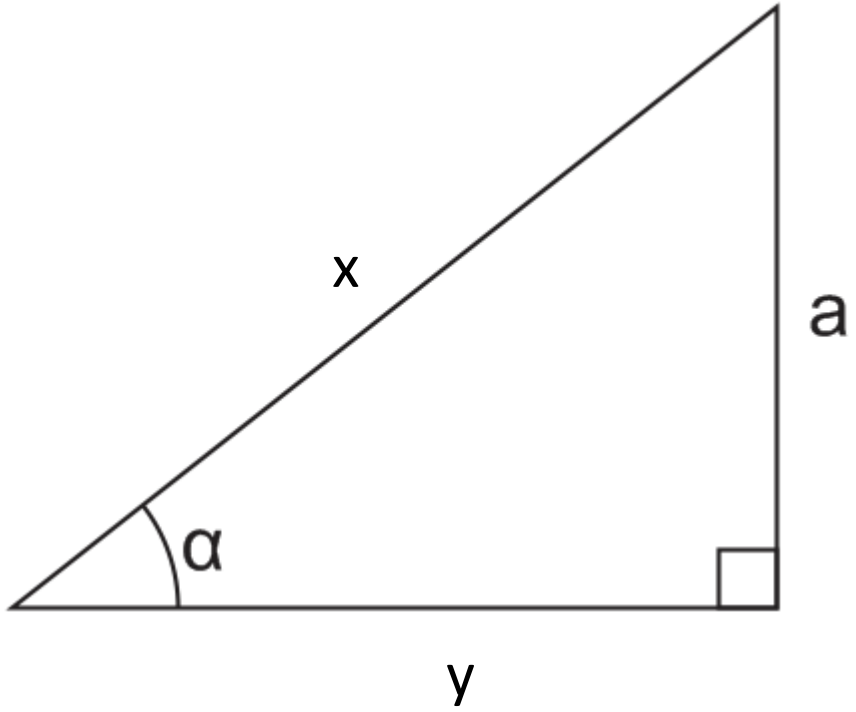
$$\frac{lo\ que\ quiero}{lo\ que\ tengo} = R.T$$

$$\text{Sen}\alpha = \frac{x}{H} \qquad \text{Cos}\alpha = \frac{y}{H}$$

$$H\text{Sen}\alpha = x \qquad H\text{Cos}\alpha = y$$

TRIÁNGULOS NOTABLES Y APROXIMADOS

Caso II Conociendo un cateto (Opuesto)



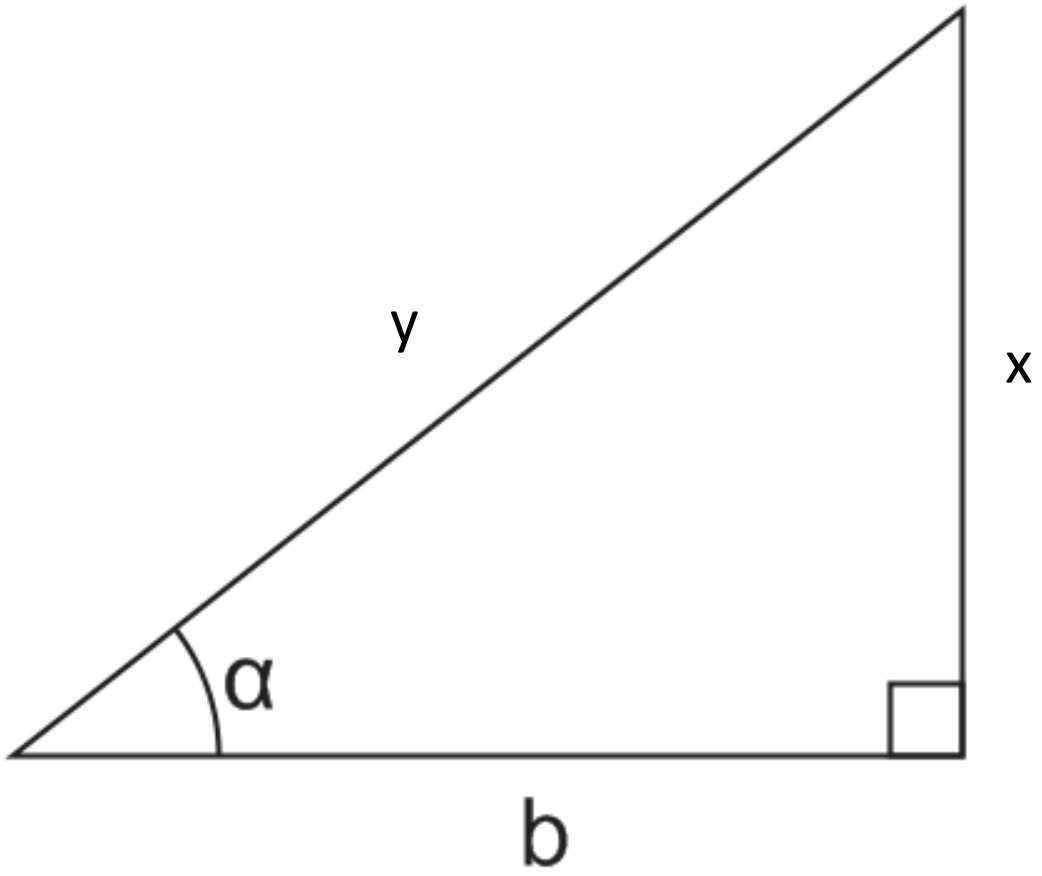
$$\frac{lo\ que\ quiero}{lo\ que\ tengo} = \text{R.T}$$

$$\frac{x}{a} = \text{Csec}\alpha \qquad \frac{y}{a} = \text{Ctg}\alpha$$

$$x = a\text{Csec}\alpha \qquad y = a\text{Ctg}\alpha$$

TRIÁNGULOS NOTABLES Y APROXIMADOS

Caso III Conociendo un cateto (adyacente)



$$\frac{lo\ que\ quiero}{lo\ que\ tengo} = \text{R.T}$$

$$\frac{x}{b} = \text{Tg}\alpha \qquad \frac{y}{b} = \text{Sec}\alpha$$

$$x = b\text{Tg}\alpha \qquad y = b\text{Sec}\alpha$$

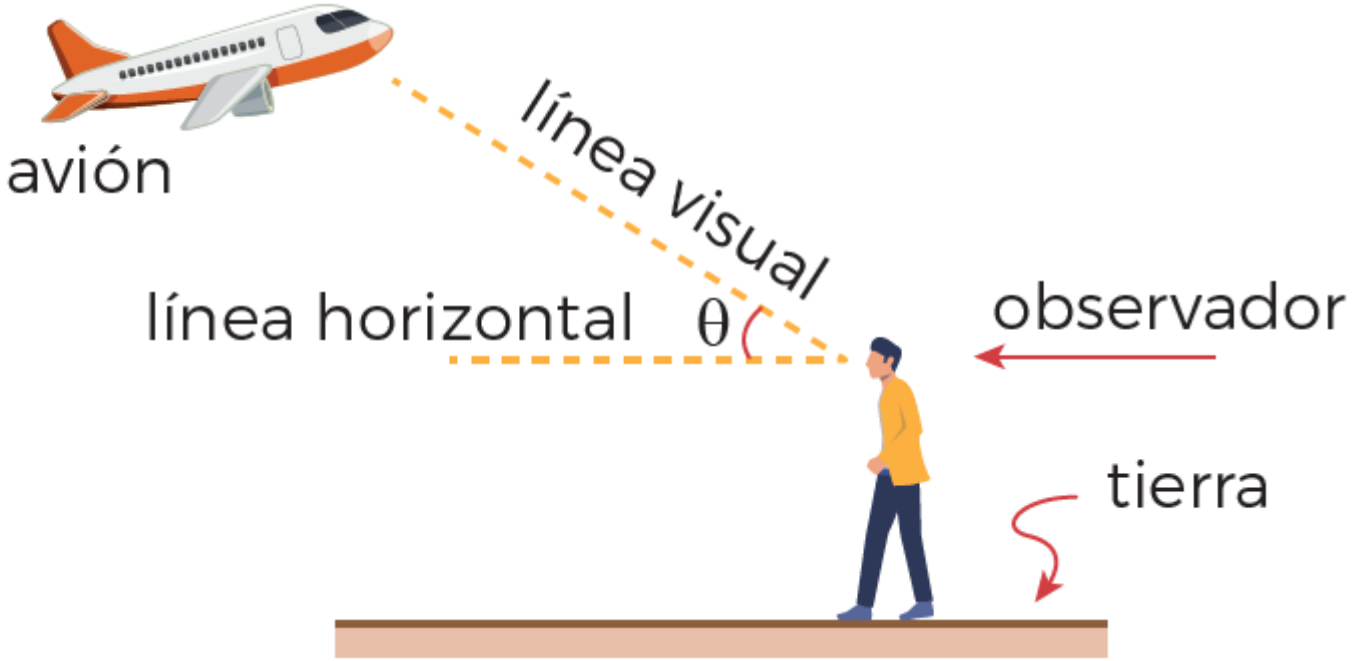
ÁNGULOS VERTICALES

Definición

Son aquellos ángulos contenidos en un plano vertical formados por la línea visual o de mira y la línea vertical que parten de la vista del observador. Los ángulos verticales pueden ser:

Ángulo de elevación

Es el ángulo formado por la línea horizontal y la línea visual cuando el objeto se encuentra por encima de la línea horizontal.



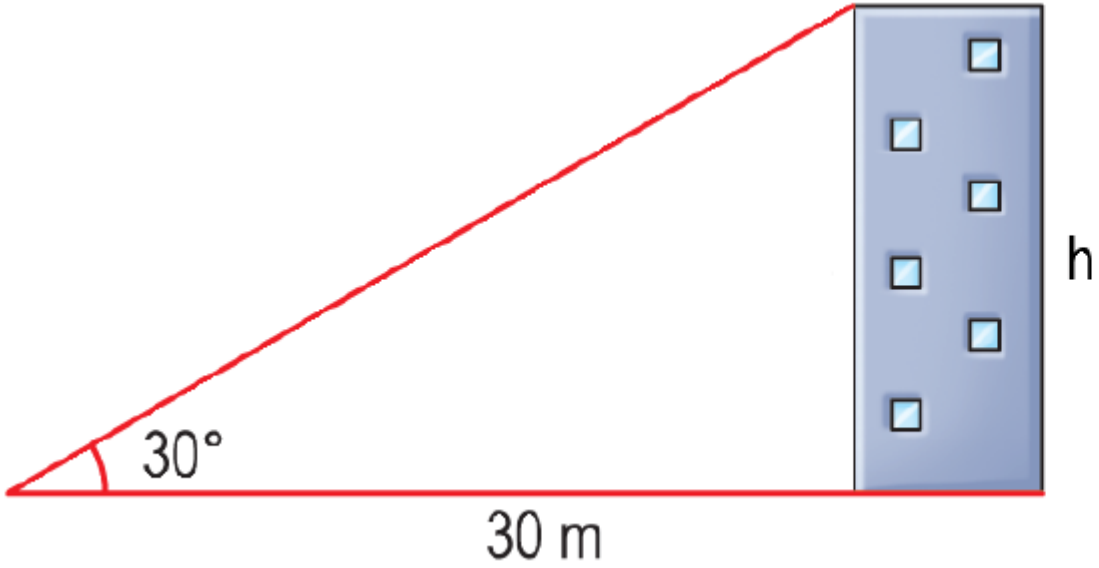
TRIÁNGULOS NOTABLES Y APROXIMADOS

Ejemplo:

Desde un punto en tierra ubicada a 30 m de un edificio, se observa su parte más alta con un ángulo de elevación de 30°. ¿Cuál es la altura del edificio?

Resolución:

Sea "h" la altura del edificio.



Del gráfico: $\tan 30° = \dfrac{h}{30}$

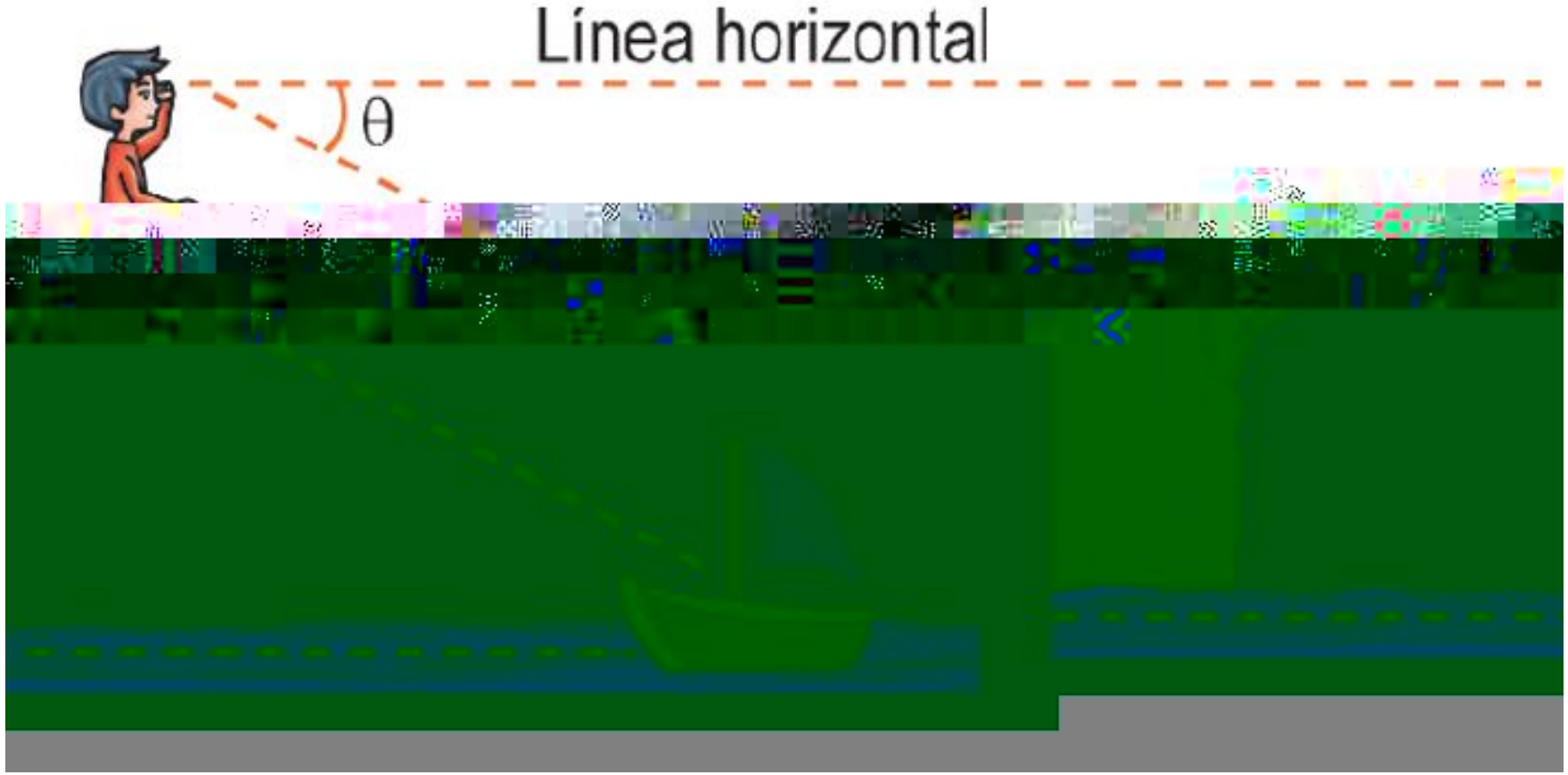
$$h = 30\tan 30°$$

$$h = 30\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

$$h = 10\sqrt{3}\ \text{m}$$

Ángulo de depresión

Es aquel ángulo formado por la línea horizontal y la línea visual cuando el objeto se encuentra por debajo de la línea horizontal.



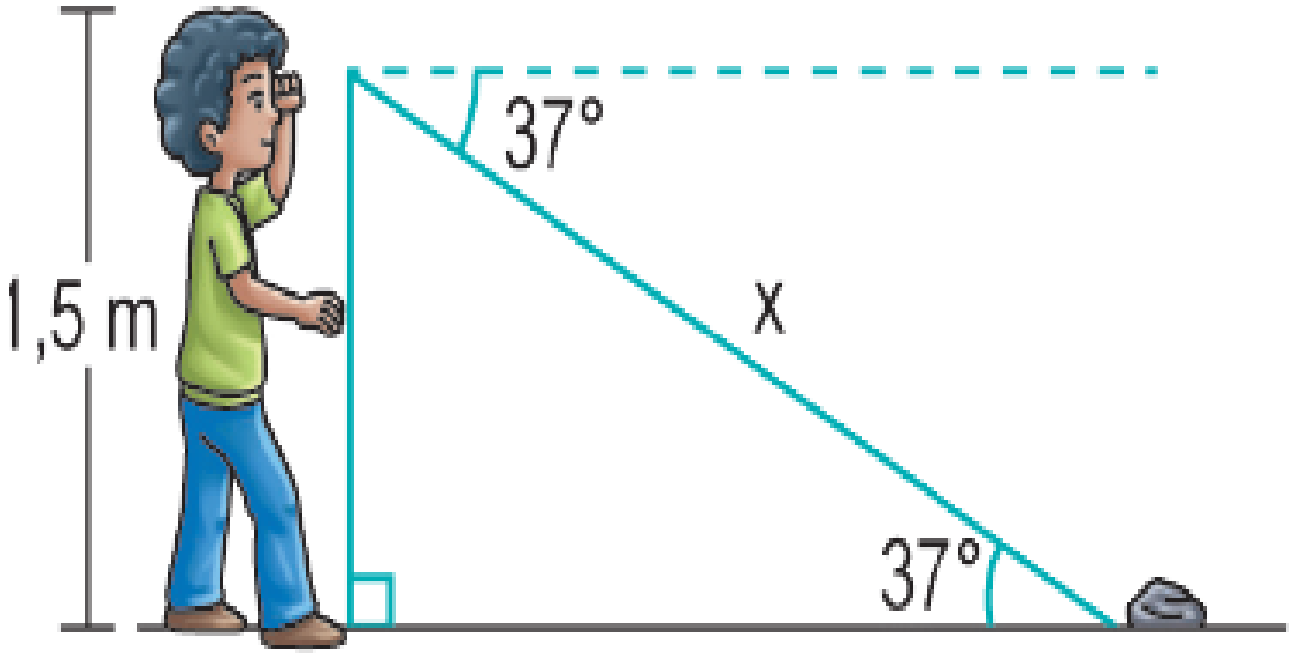
θ: ángulo de depresión.

TRIÁNGULOS NOTABLES Y APROXIMADOS

Ejemplo.-Un niño de 1,5m de estatura observa una piedra en el suelo con un ángulo de depresión De 37°.Determina la longitud de la visual.

Resolución:

Sea "x" la longitud de la visual.



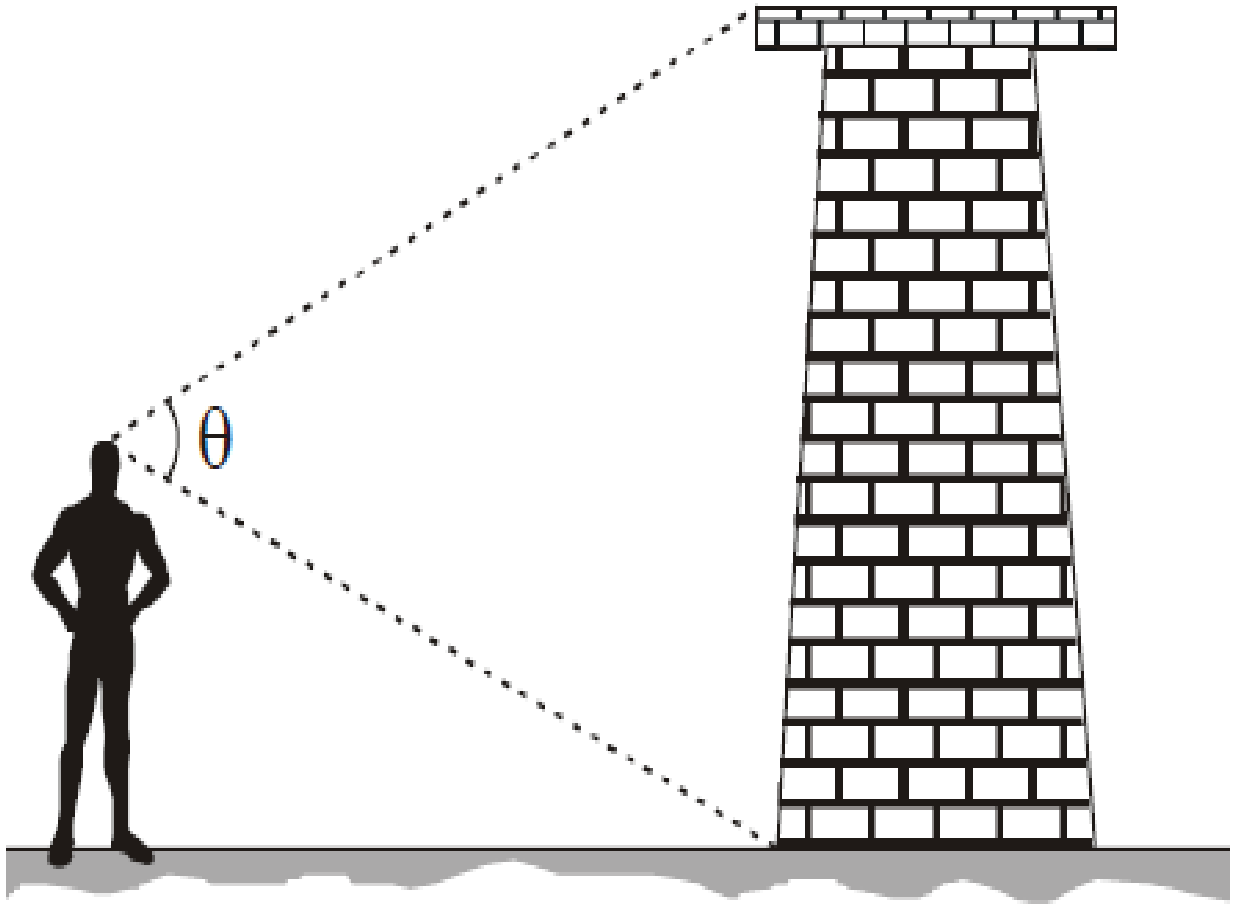
Del gráfico: $\csc 37° = \dfrac{x}{1,5}$

$$x = 1,5 \csc 37°$$

$$x = 1,5\left(\frac{5}{3}\right)$$

$$\therefore x = 2,5 \text{ m}$$

Ángulo de Observación

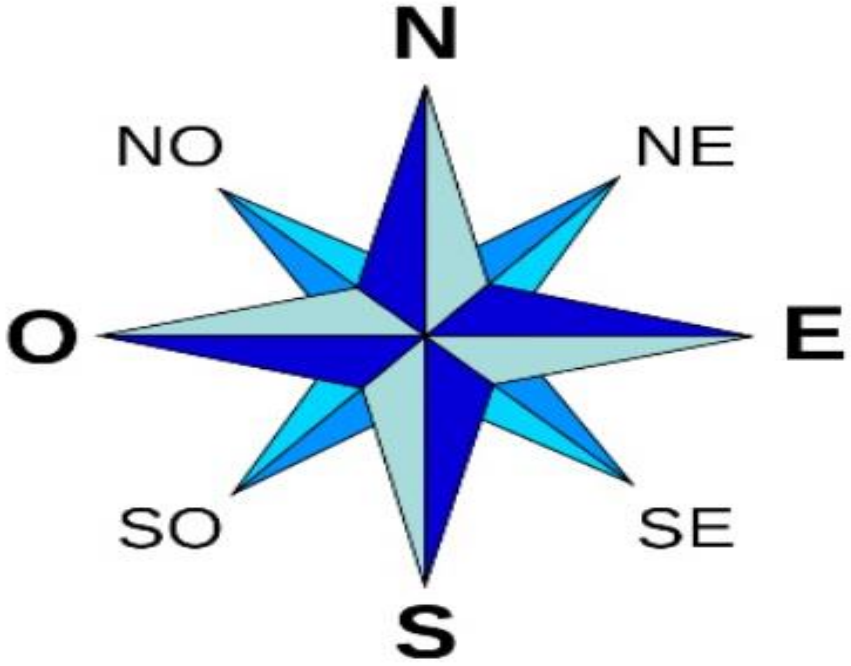


Ángulo de Observación :
Áng. Elevación + Áng. Depresión

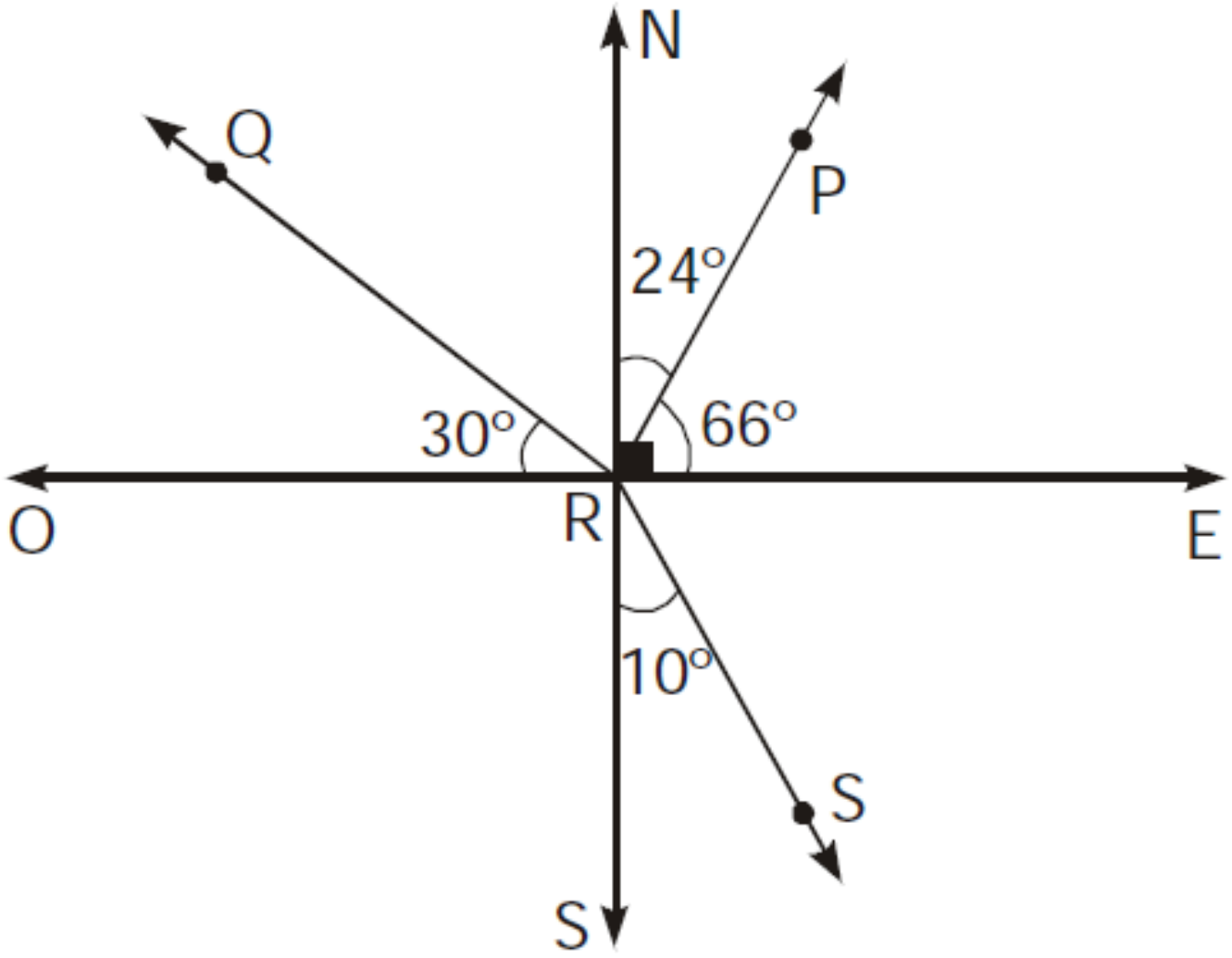
ÁNGULOS HORIZONTALES

Son aquellos ángulos ubicados en el plano horizontal que, en la practica, lo vamos a ubicar en la rosa náutica.

Rosa Náutica: (compás marino), es un instrumento de orientación que permitirá localizar una ciudad, persona o punto; respecto de una referencia, mediante el uso de las direcciones :



TRIÁNGULOS NOTABLES Y APROXIMADOS



P { Está al N24° E de "R"
Está al E66° N de "R"

Q { Está al O30° N de "R"
Está al de "R"

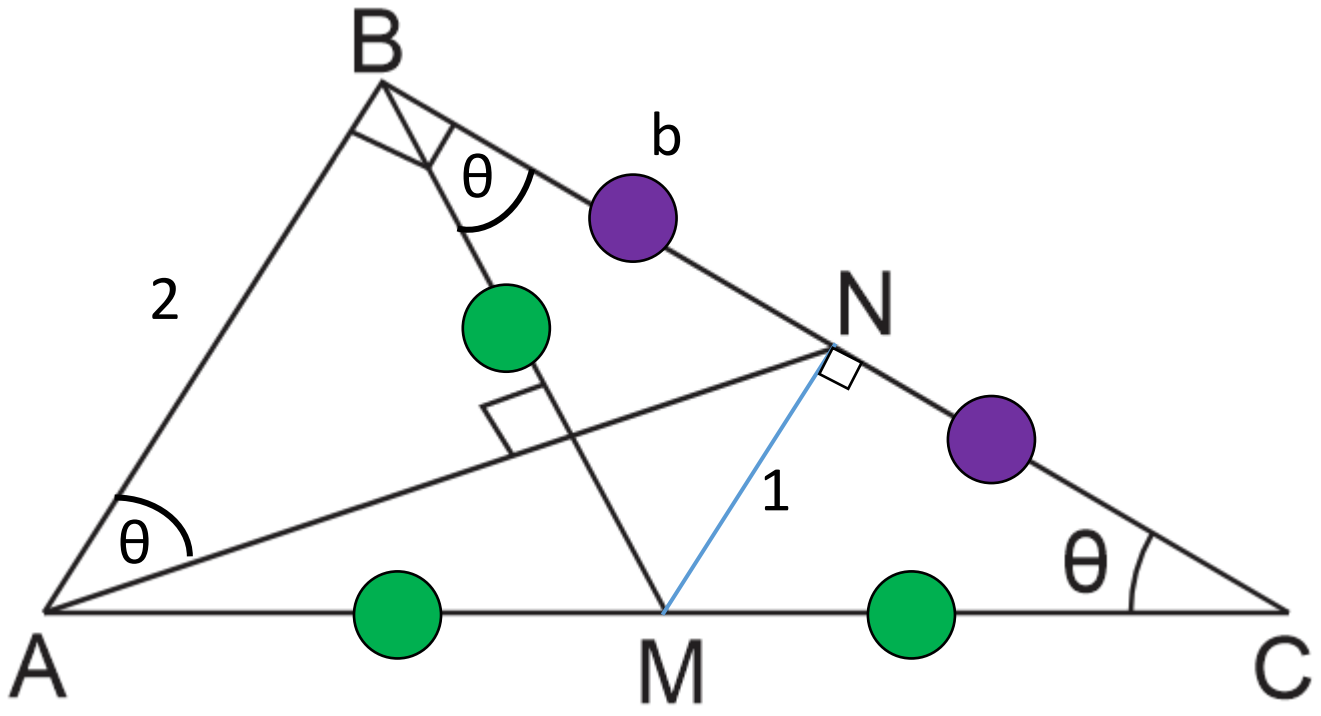
S { Está al S10° E de "R"
Está al de "R"

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

TRIÁNGULOS NOTABLES Y APROXIMADOS

1. Del grafico mostrado. Calcular "Tanθ". Si AM = MC y BN = NC.



Resolución

En el Δ BNM:

$$\text{Tan}\theta = \frac{1}{b}$$

En el Δ ABN:

$$\text{Tan}\theta = \frac{b}{2}$$

Igualando :

$$\text{Tan}\theta = \frac{1}{b} = \frac{b}{2}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{b}{2}$$

$$b^2 = 2$$

$$b = \sqrt{2}$$

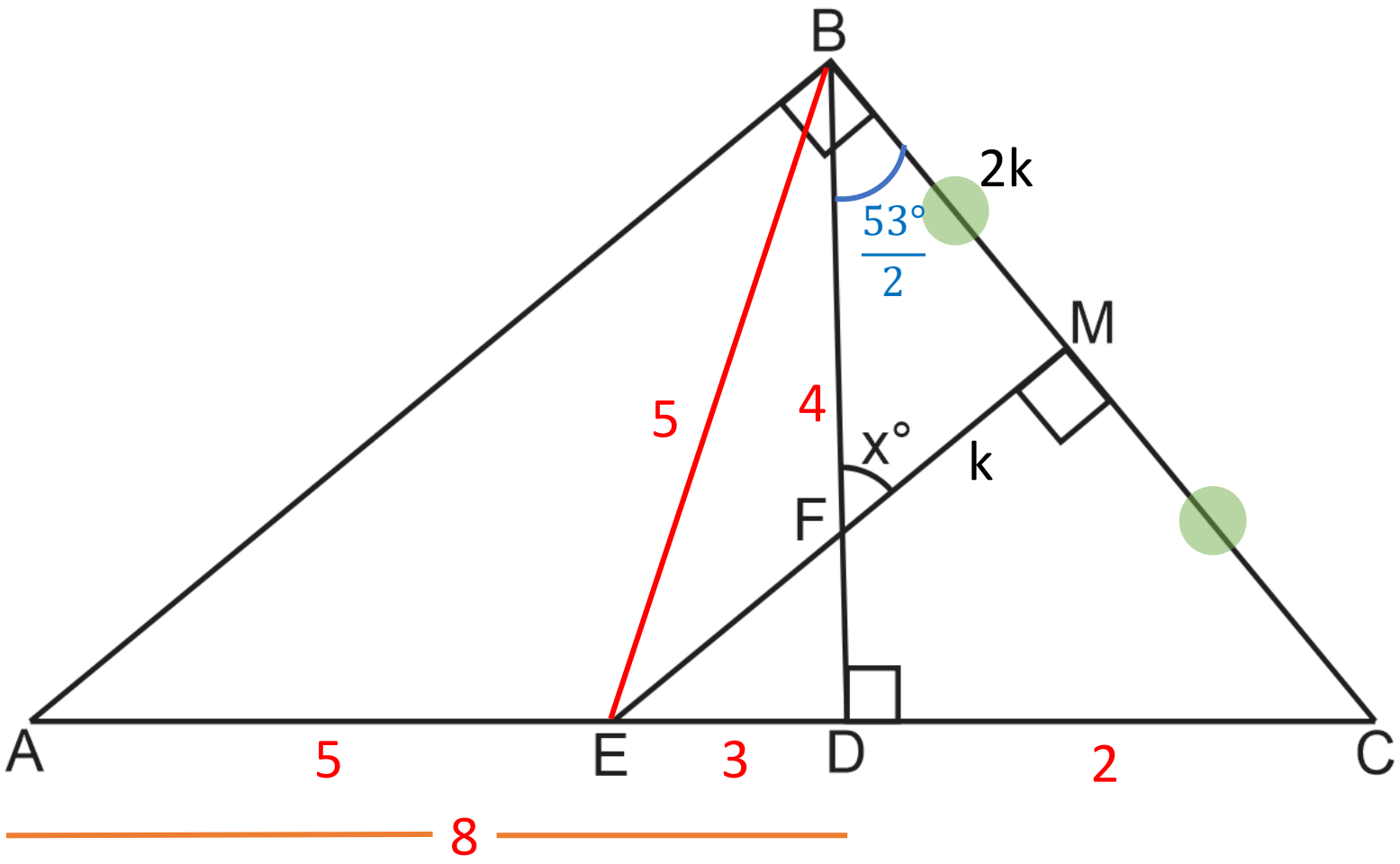
Entonces:

$$\text{Tan}\theta = \frac{b}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

A) 1/3 B)1/2 C)$\sqrt{2}/2$ D)$\sqrt{2}$ E)2

TRIÁNGULOS NOTABLES Y APROXIMADOS

2. Hallar tanx, sabiendo que: AD = 8, DC = 2 y BM = MC.



Resolución

AB // EM entonces: AE = EC

BD = 4

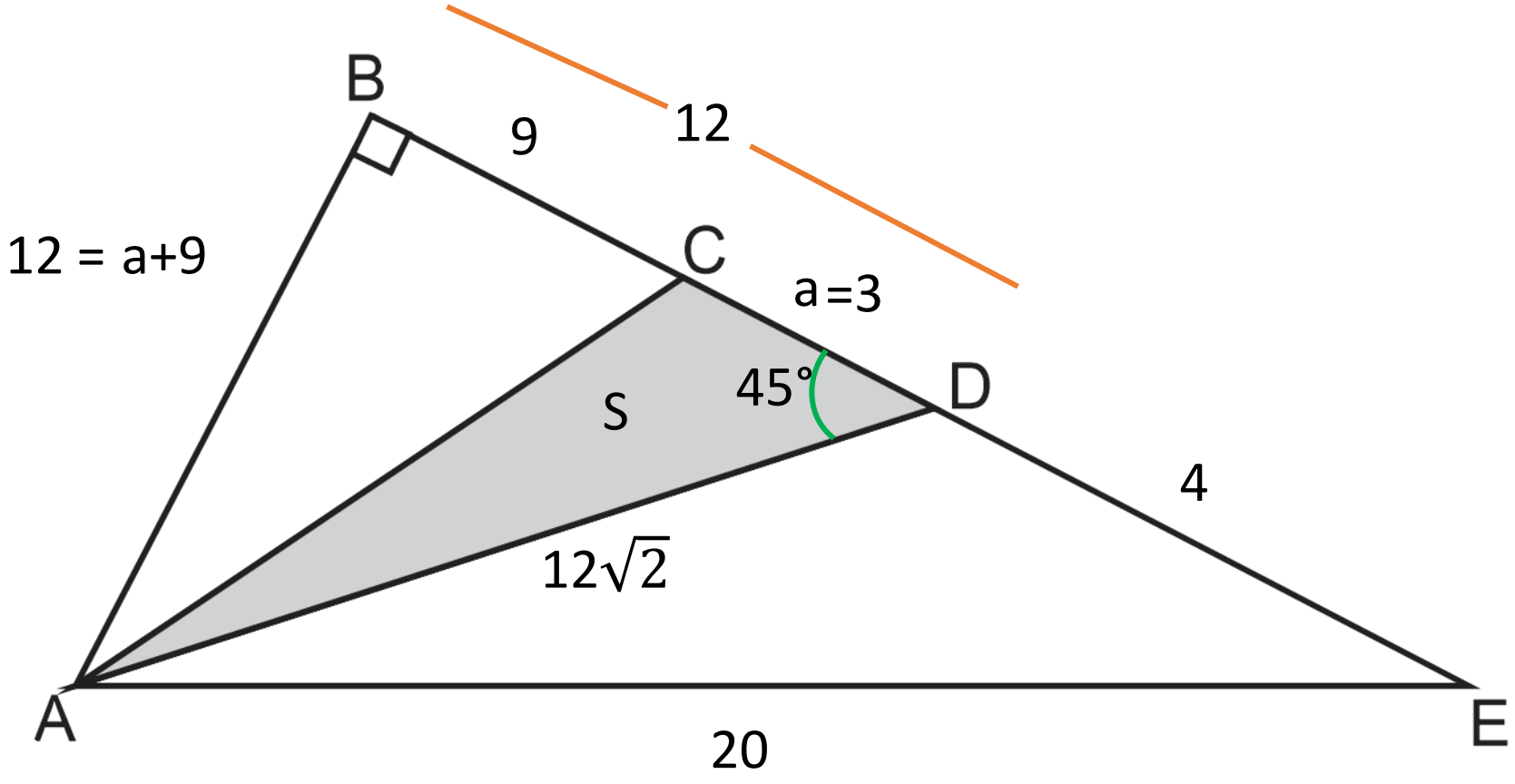
$\text{Tanx} = \frac{2k}{k}$

Tanx = 2

A) 1/3 B)1/2 C)1 D)2 E)3

TRIÁNGULOS NOTABLES Y APROXIMADOS

3. Del grafico mostrado. Calcular el área de la región sombreada, si se sabe que: BC = 9, DE = 4, AE = 20 y m< ADC = 45°.



Resolución

En el Δ ABE: "Pitágoras"

$$20^2 = (a+9)^2 + (a+13)^2$$

$$3 = a$$

Hallando el área "S":

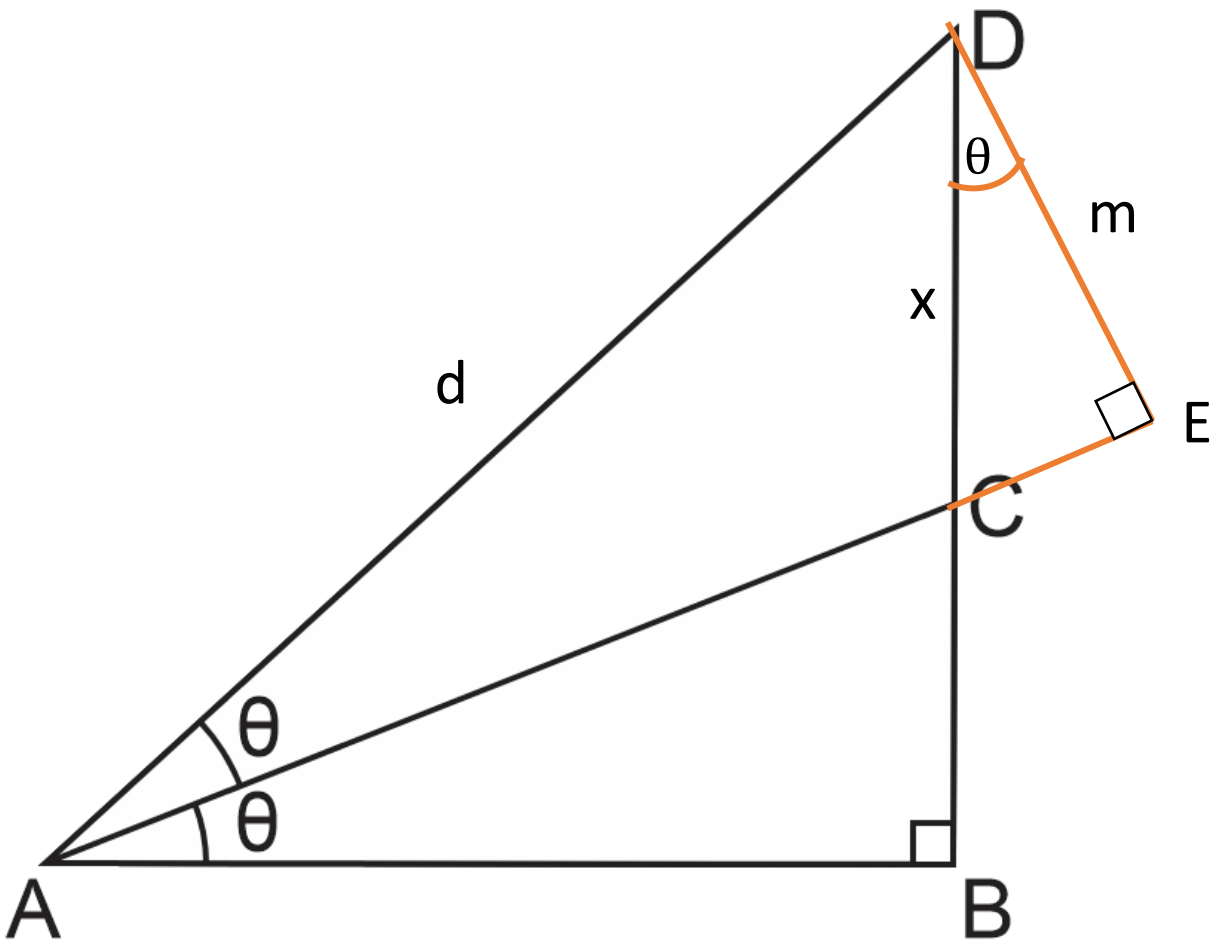
$$\text{"S"} = \frac{(3)(12\sqrt{2})\text{Sen}45°}{2}$$

$$\text{"S"} = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{(3)(12\sqrt{2})}{2}$$

$$\text{"S"} = 18$$

A) 18 B)36 C)72 D)80 E)90

4. Del grafico mostrado. Hallar DC en términos de “d” y “θ” siendo AD = d.



Resolución

En el Δ ADE

$$\frac{m}{d} = \text{Sen}\theta \quad ...(I)$$

En el Δ DEC

$$\frac{x}{m} = \text{Sec}\theta \quad ...(II)$$

Multiplicamos (I) y (II)

$$\frac{\cancel{m}}{d}\frac{x}{\cancel{m}} = \text{Sen}\theta\text{Sec}\theta$$

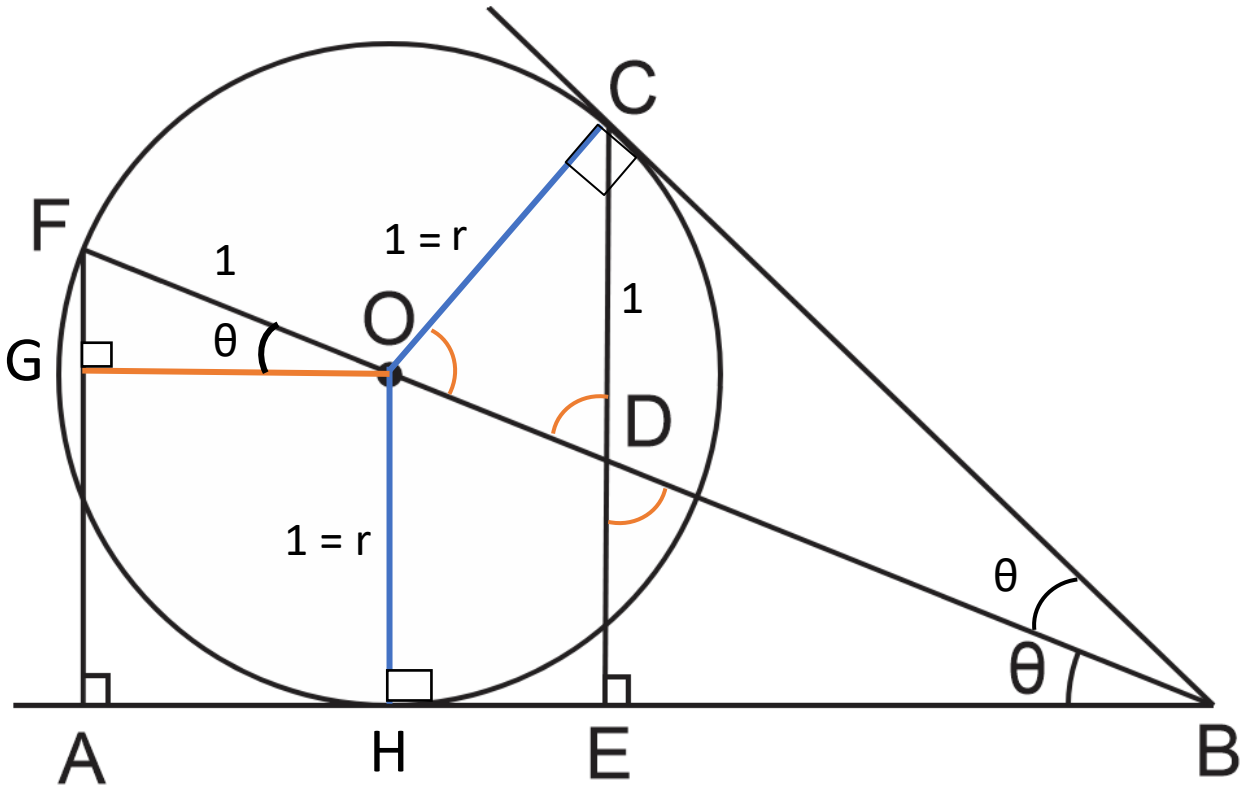
$$x = d\text{Sen}\theta\text{Sec}\theta$$

$$x = d\tan\theta$$

A) dsenθ B) dcosθ C) dtanθ D) dcotθ E) dsecθ

TRIÁNGULOS NOTABLES Y APROXIMADOS

5. Hallar AB en términos de "θ" Si: CD = 1 y "O" es centro.



A) Senθ+Cosθ
B)Senθ+Tanθ
C) Senθ+Cot θ
D)Secθ+Tanθ
E) Cosθ+Cotθ

Resolución

En el Δ FOG

$$\frac{GO}{1} = Cos\theta$$

$$GO = Cos\theta$$

En el Δ OHB

$$\frac{HB}{1} = Cot\theta$$

Piden:

AB = AH + HB

Obs: GO = AH

AB = GO + HB

AB = Cosθ + Cotθ

TRIÁNGULOS NOTABLES Y APROXIMADOS

1 Desde lo alto de un acantilado de 45 m de altura, los ángulos de depresión con los que se observan dos botes que están en el mar y en una misma dirección del observador miden 60° y 45°. ¿Qué distancia hay entre los botes?

A) $15(3-\sqrt{3})$m

B) $15(3+\sqrt{3})$m

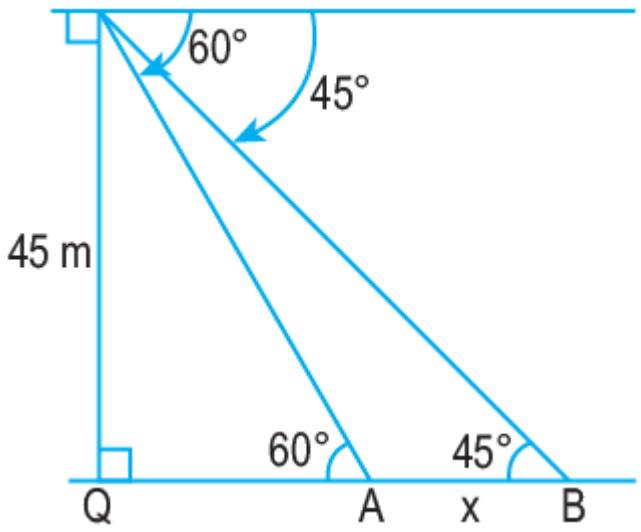
C) $12(3-\sqrt{3})$m

D) $12(3+\sqrt{3})$m

E) $18(3-\sqrt{3})$m

Resolución:

Sea x la distancia entre los botes:



$$QB = 45 \text{ m}$$

$$QA = 15\sqrt{3} \text{ m}$$

$$QB = QA + AB$$

$$45 = 15\sqrt{3} + x$$

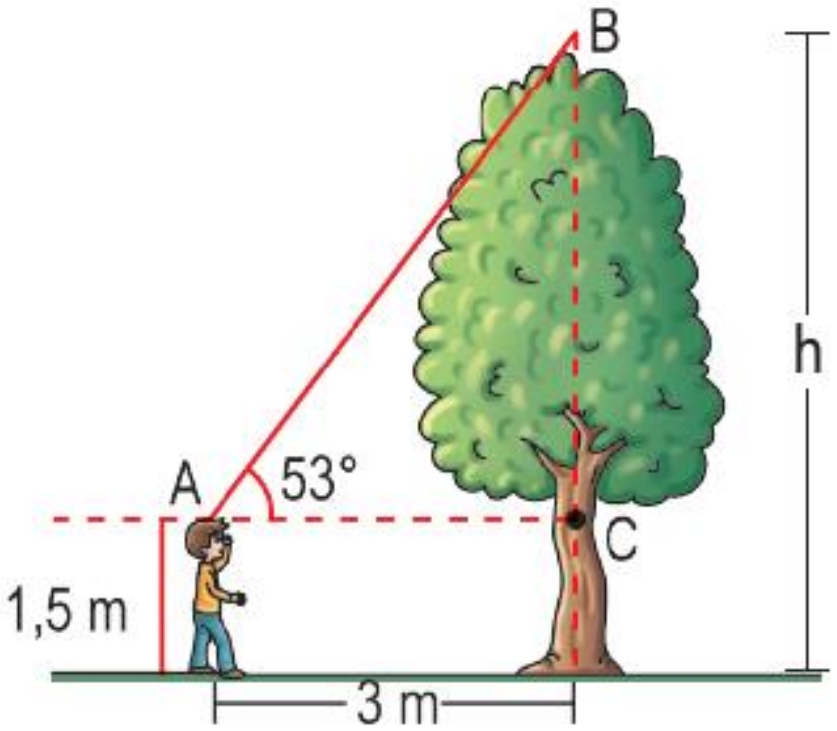
$$\therefore x = 15(3 - \sqrt{3}) \text{ m}$$

2 Jaimito ve la parte alta de un árbol con un ángulo de elevación de 53°. Si la distancia entre el árbol y Jaimito es 3 m y Jaimito mide 1,5 m, calcula la altura del árbol.

A)2,5 m
B)3,5 m
C)4,5 m
D)5,5 m
E)6,5 m

Resolución:

Sea h la altura del árbol:



Del gráfico:

$BC = 3\tan 53°$

$BC = 3 \cdot \frac{4}{3}$

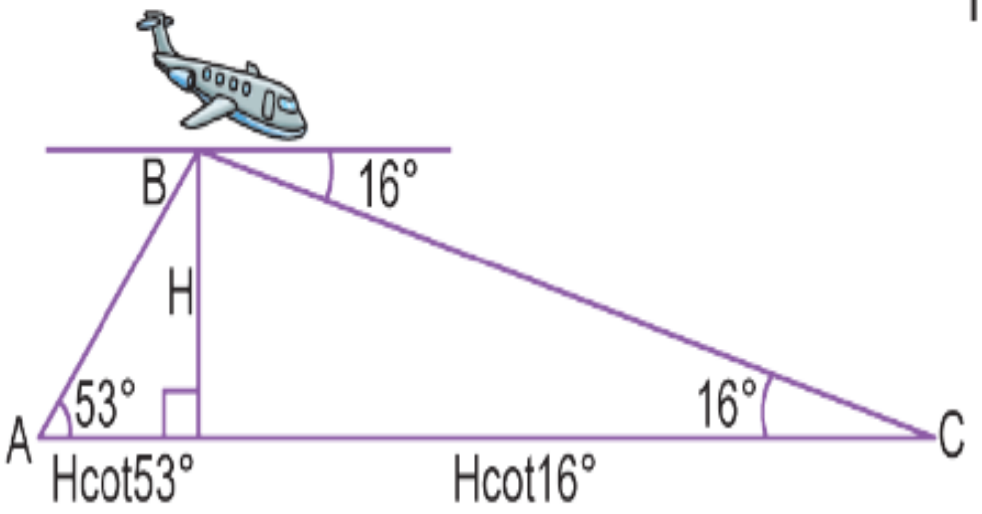
$BC = 4\ m$

$\Rightarrow\ h = 4 + 1{,}5$

$\therefore\ h = 5{,}5\ m$

3 Un avión que se encuentra a una altura H sufre un desperfecto y cae a tierra siguiendo una trayectoria recta que hace un ángulo con respecto a la horizontal de 16°; además, desde un punto A en tierra se observa la caída con un ángulo de 53°. Calcula la distancia del choque con respecto al punto A.

Resolución:



$$\text{Piden: } AC = H\cot 53° + H\cot 16° = H\left[\frac{3}{4} + \frac{24}{7}\right]$$

$$\therefore AC = \frac{117H}{28}$$

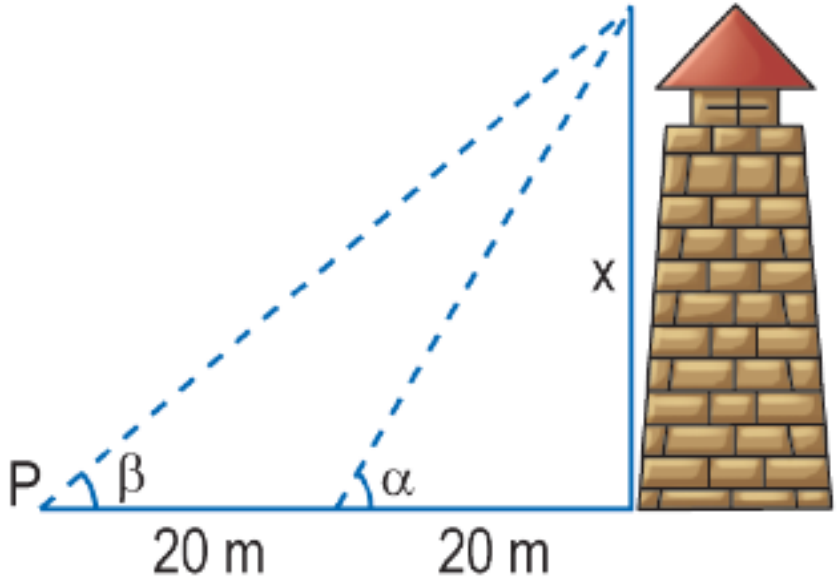
A)117h/28
B)117h/7
C)117h/14
D)117h/35
E)117h/49

4 A 20 m de la base de una torre, un hombre observa su parte superior con un ángulo de elevación α, en línea recta se aleja otros 20 m y ahora lo vuelve a observar con un ángulo de elevación β. Si: $\tan\alpha + \tan\beta = 0{,}75$; halla la altura de la torre.

A)8 m
B)9 m
C)10 m
D)12 m
E)14 m

Resolución:

Sea x la longitud de la torre:



De la figura:

$$\tan\alpha = \frac{x}{20} \wedge \tan\beta = \frac{x}{40}$$

Reemplazando en el dato:

$$\frac{x}{20} + \frac{x}{40} = 0{,}75$$

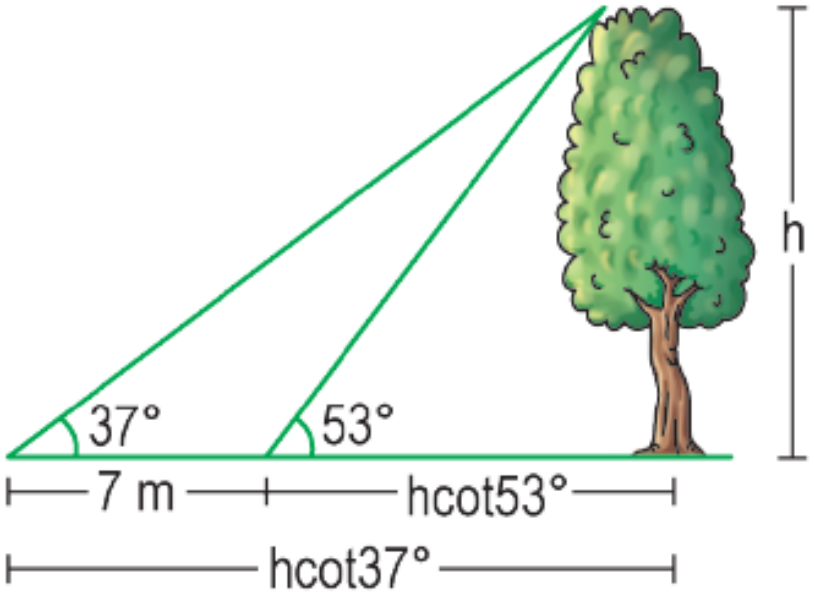
Simplificando: $x = 10$ m

5 Una hormiga observa la copa de un árbol con un ángulo de elevación de 37°, luego se acerca 7 m y observa el mismo punto con un ángulo de elevación de 53°. Halla la altura del árbol.

A)8 m
B)9 m
C)10 m
D)12 m
E)14 m

Resolución:

Sea h la altura del árbol:



Del gráfico:

$$7 + h\cot 53° = h\cot 37°$$

$$7 + \frac{3h}{4} = \frac{4}{3}h$$

$$7 = \frac{7h}{12}$$

$$\therefore\ h = 12\ m$$

MOMENTO DE PRACTICAR

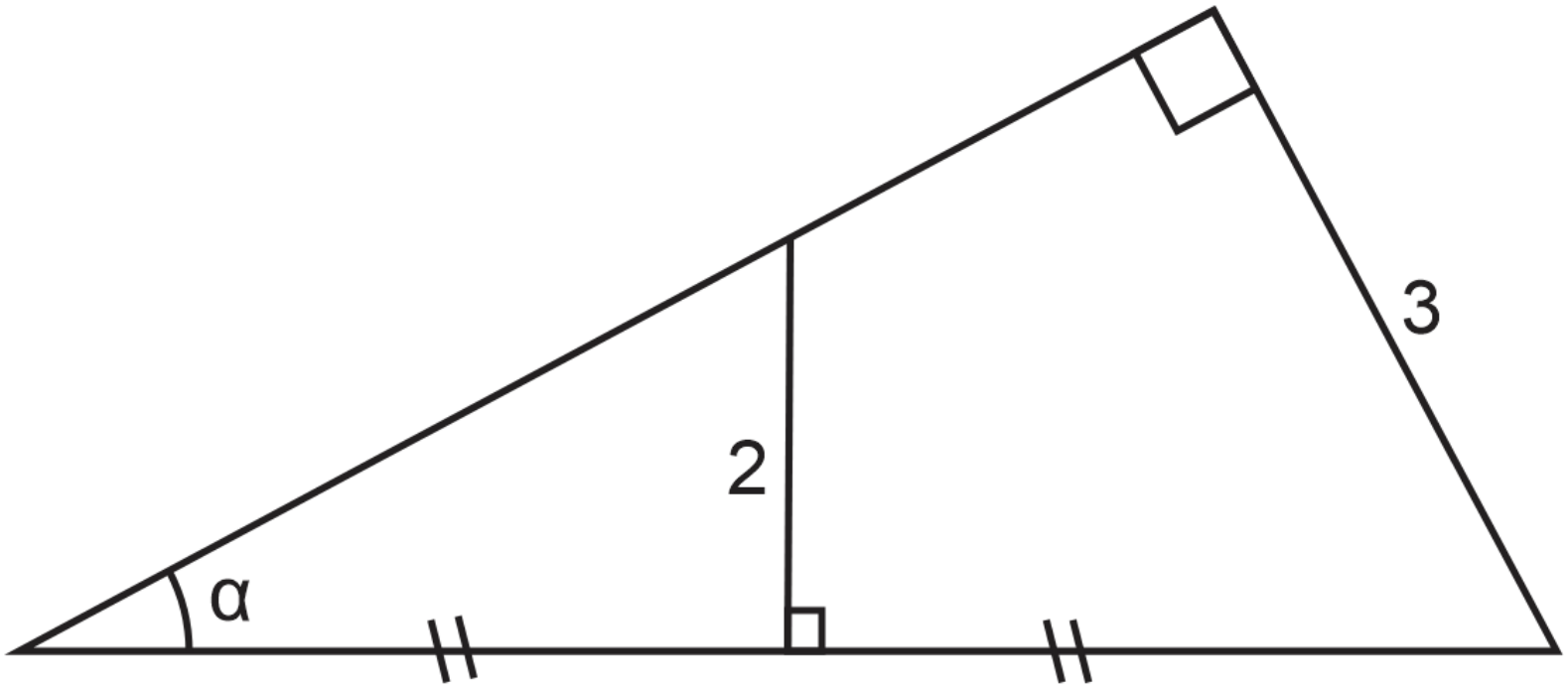
PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

TRIÁNGULOS NOTABLES Y APROXIMADOS

11.- En un triángulo rectángulo ABC(recto en B)se cumple: SenA + SenC + CosA + CosC = $\sqrt{6}$;
Calcule: SecASecC

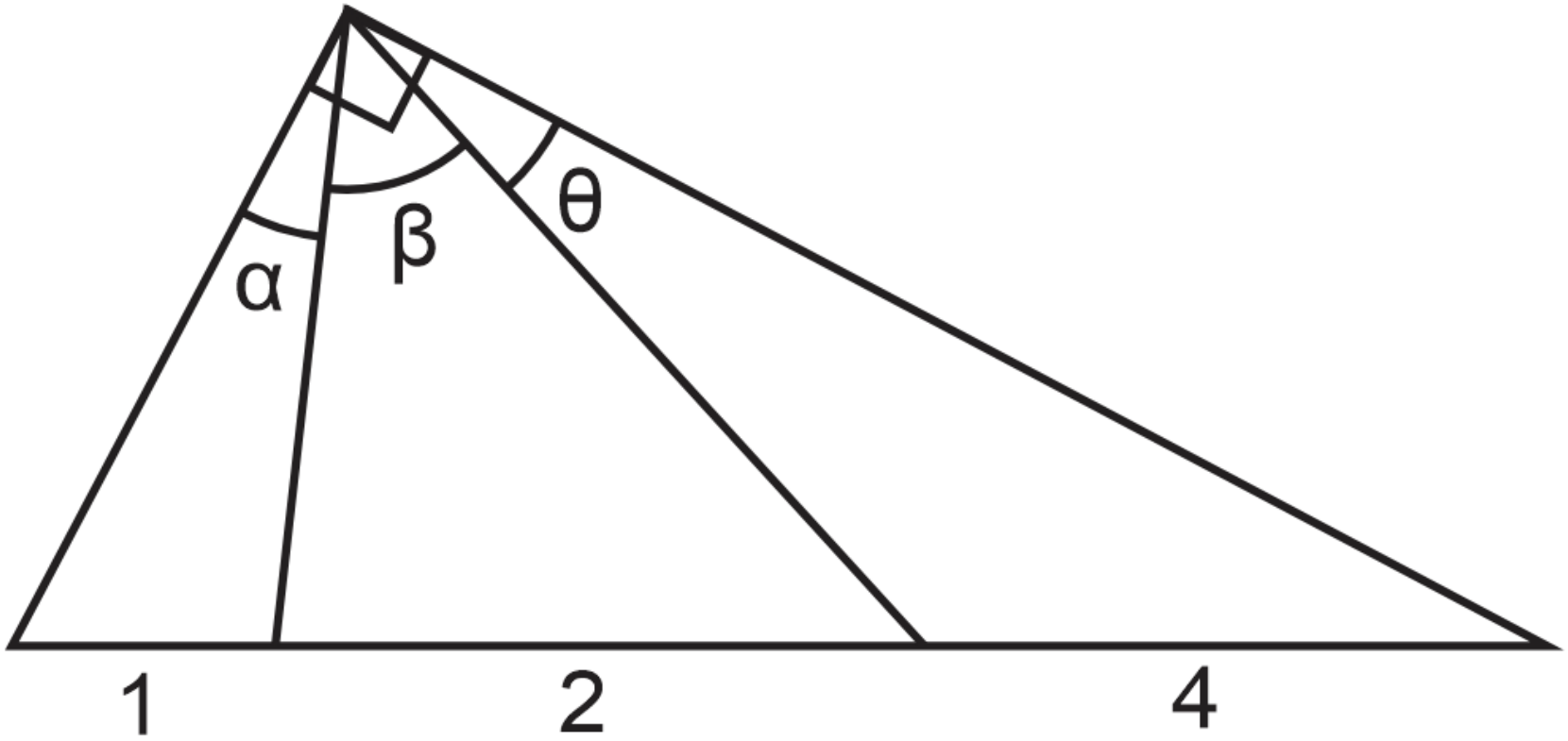
A) 1 B)2 C)3 D)4 E)5

12. Del gráfico, calcular $\text{Cot}(\frac{\alpha}{2})$



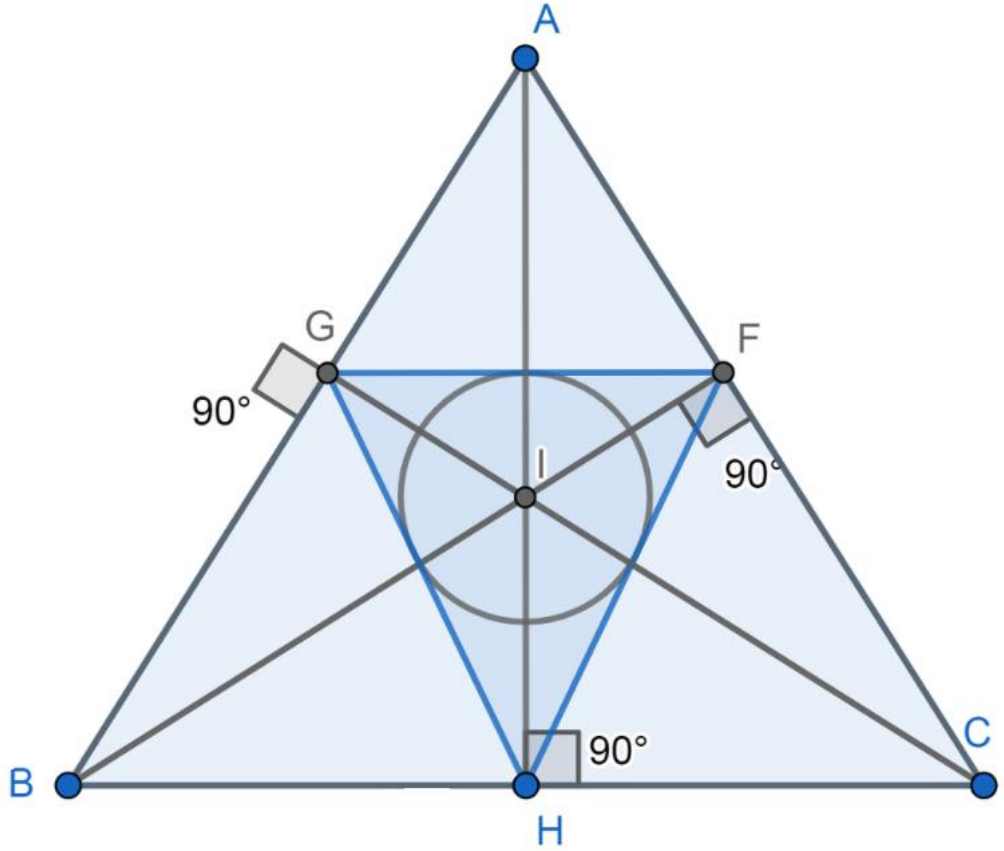
A) 1 B)2 C)3 D)4 E)5

13. Calcule: $\frac{\text{Sen}\alpha\text{Sen}\theta}{\text{Sen}\beta}$



A) 1/7 B)2/7 C)3/7 D)4/7 E)5/7

14. En un triángulo ABC de lados a,b y c. Calcular el perímetro de su triángulo órtico.



A) aCosA + bCosB +cCosC

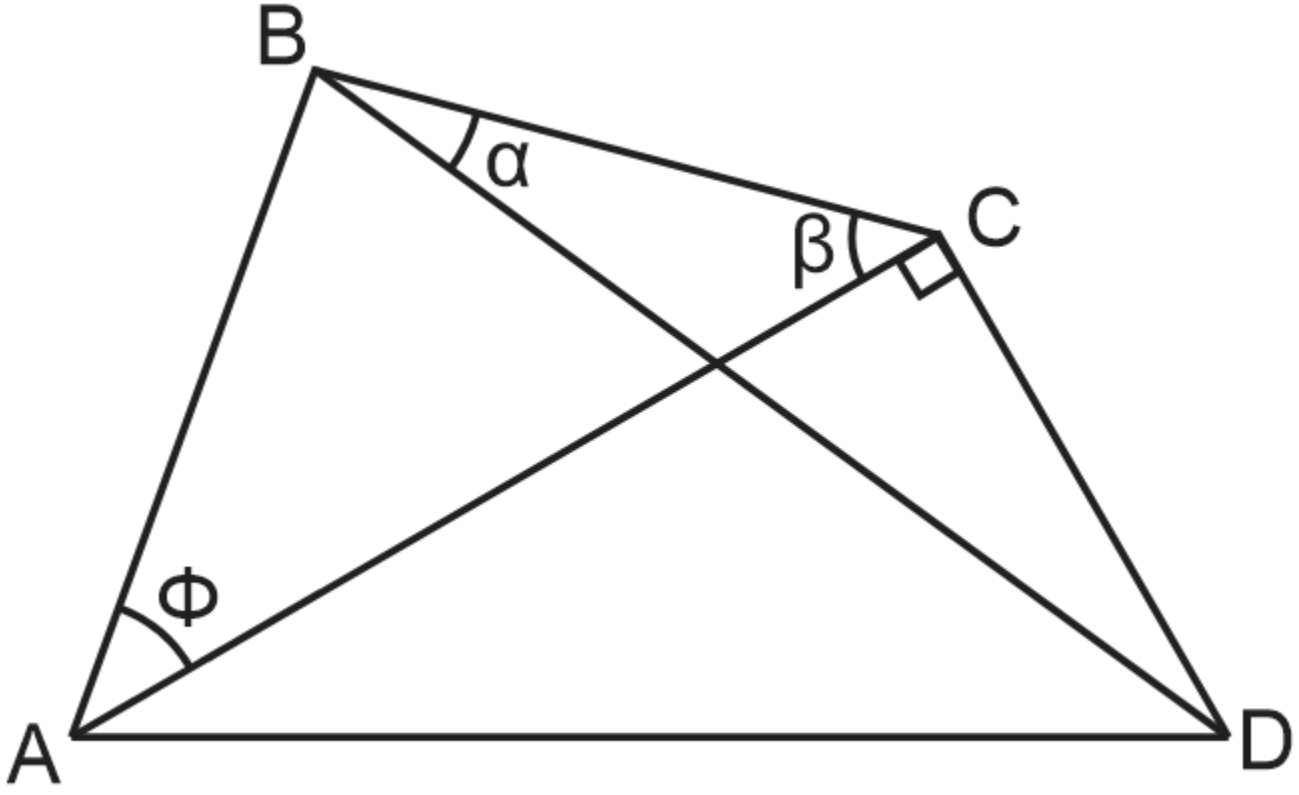
B) acosB + bCosC + cCosA

C) asenA + bSenB + csenC

D) aSenB +bSenC + cSenA

E) $aSen(\frac{A}{2}) + bSen(\frac{B}{2}) + cSen(\frac{C}{2})$

15. Del gráfico mostrado, calcular BD, si: AB =2 y CD =1



A) $\frac{\text{Cos}(\alpha+\beta)}{2\text{Sen}\phi}$ B) $\frac{\text{Sen}\phi+1}{\text{Sen}(\alpha+\beta)}$ C) $\frac{\text{Cos}(\alpha+\beta)}{2\text{Sen}\phi+1}$ D) $\frac{2\text{Sen}\phi+1}{\text{Sen}(\alpha+\beta)}$ E) $\frac{\text{Sen}(\alpha+\beta)}{2\text{Sen}\phi}$

16. Del gráfico, si el radio de la semicircunferencia es “r”, calcular el área de la región triangular PQR

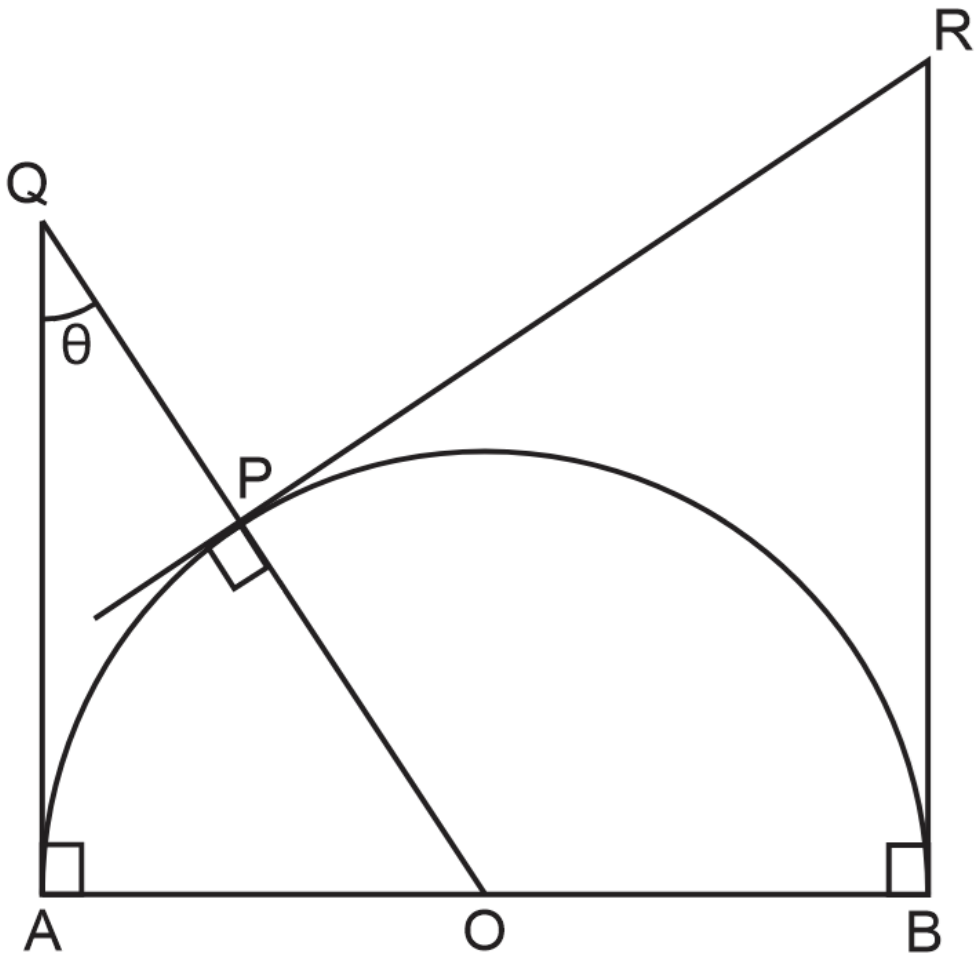
A) $\frac{r^2 \text{Tan}\theta}{2}$

B) $\frac{r^2 \text{Csc}\theta}{2}$

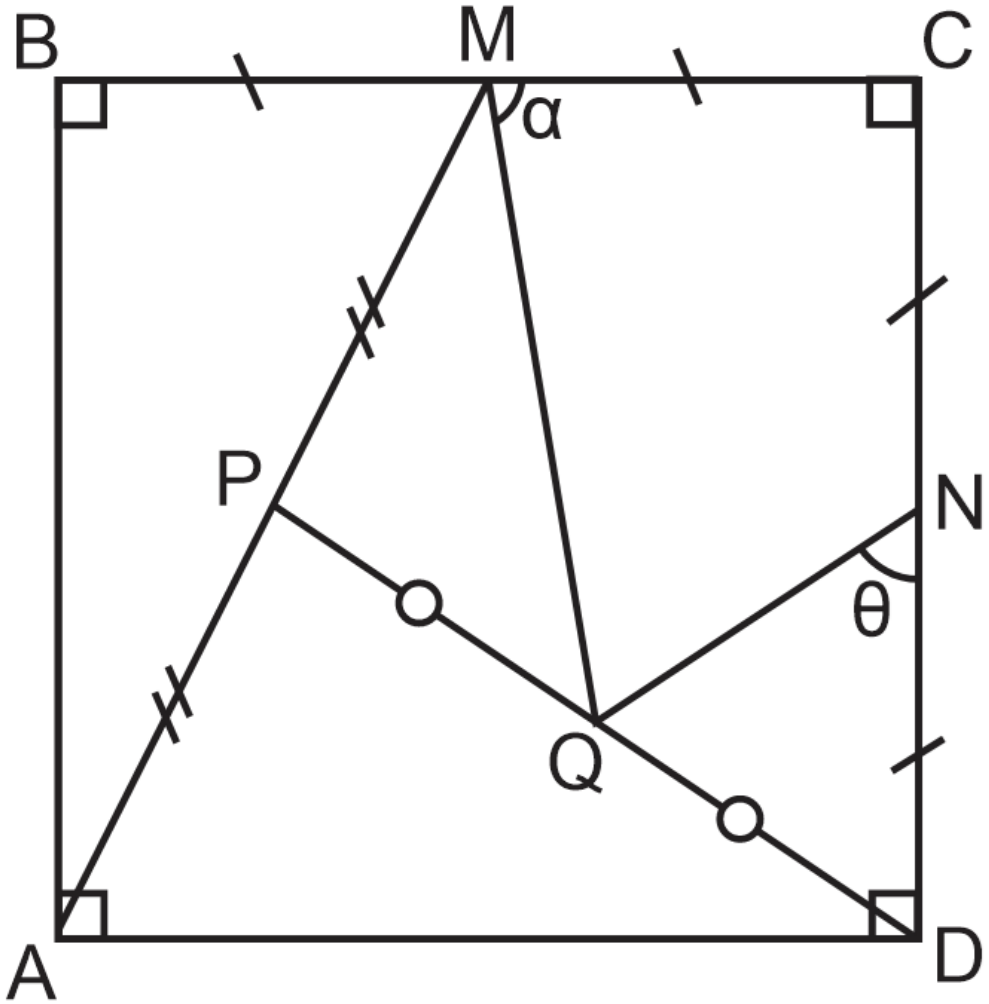
C) $\frac{r^2 \text{Cot}\theta}{2}$

D) $\frac{r^2 \text{Sec}\theta}{2}$

E) $\frac{r^2 \text{Cos}\theta}{2}$

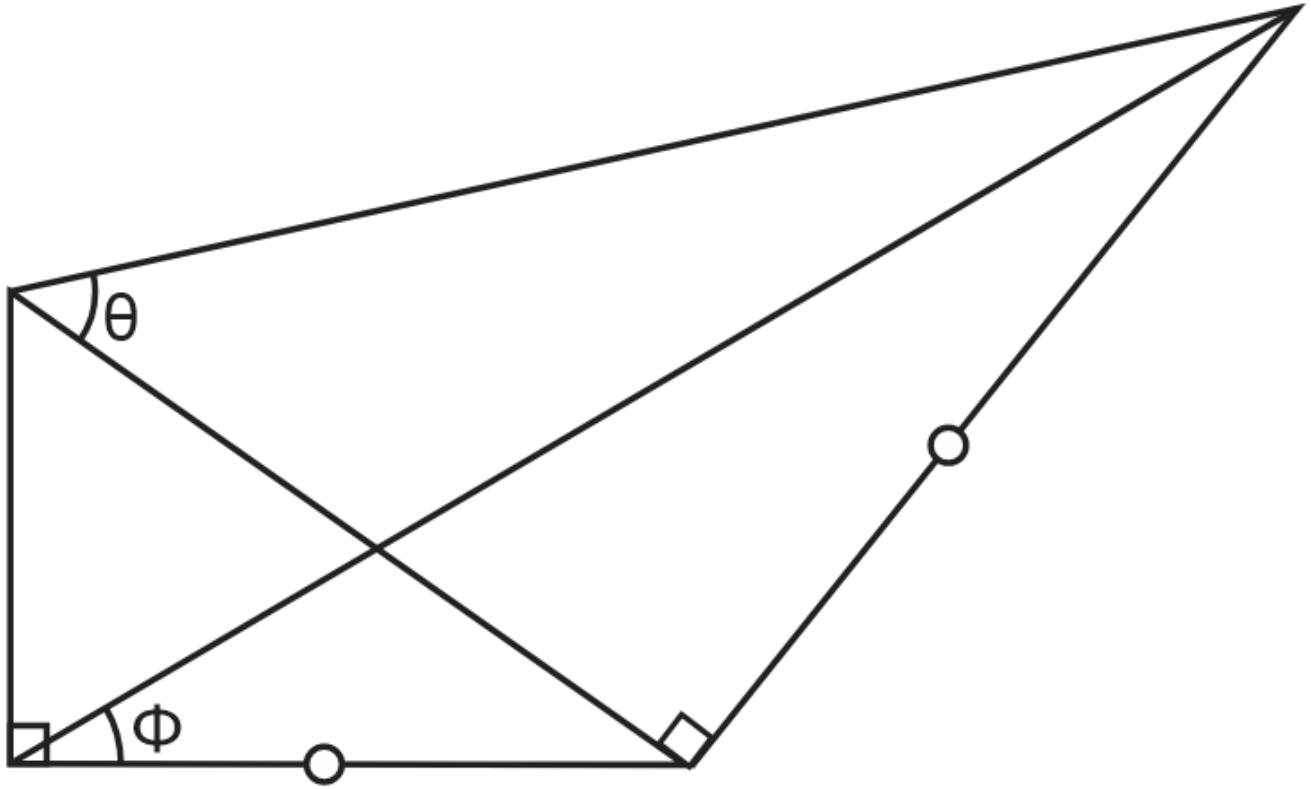


17. En el cuadrado ABCD, Calcular : $\frac{\text{Tan}\theta}{\text{Tan}\alpha}$



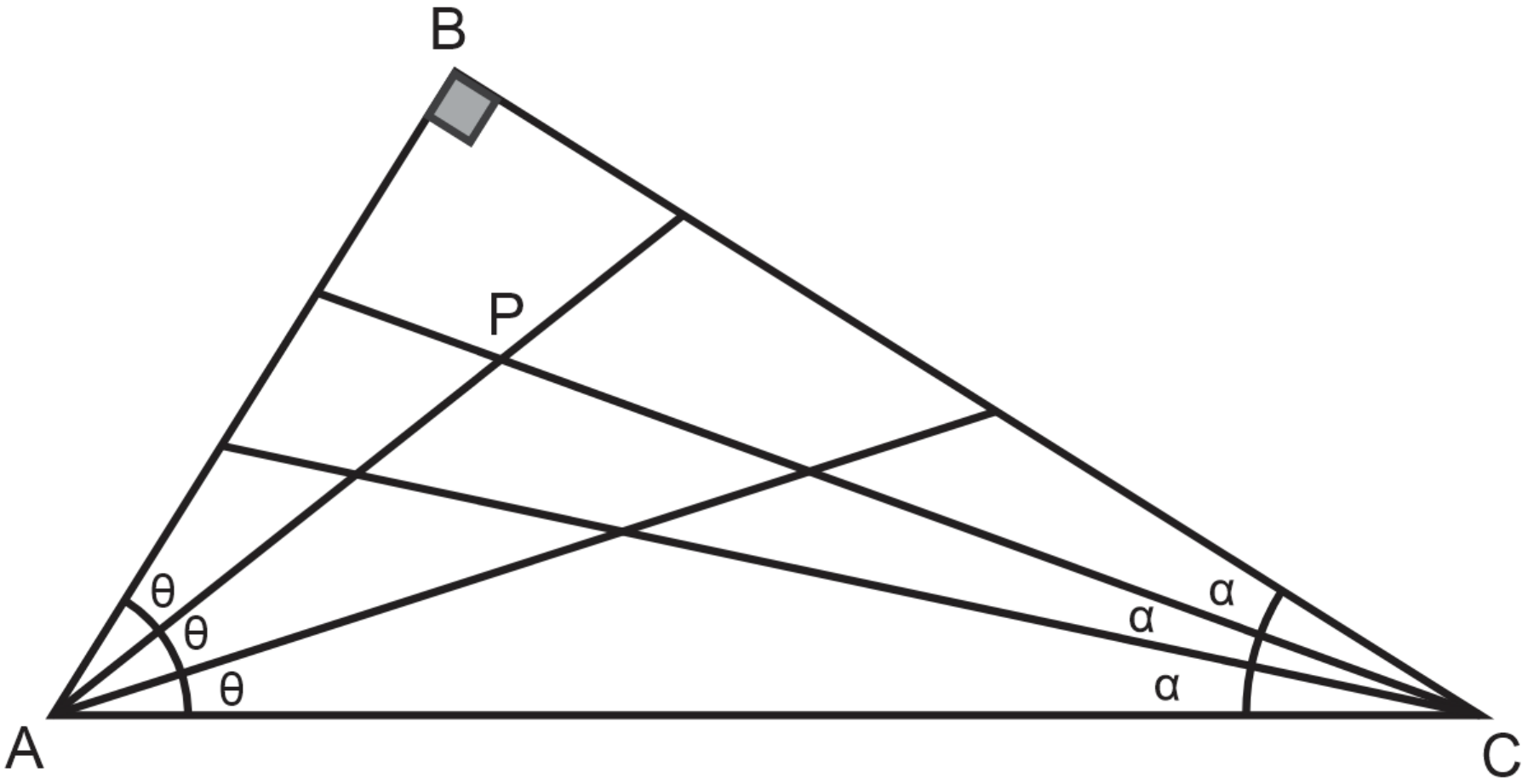
A) 1 B)2 C)3 D)4 E)5

18. Calcular: $\tan\theta\cot\Phi - \cos 2\Phi$



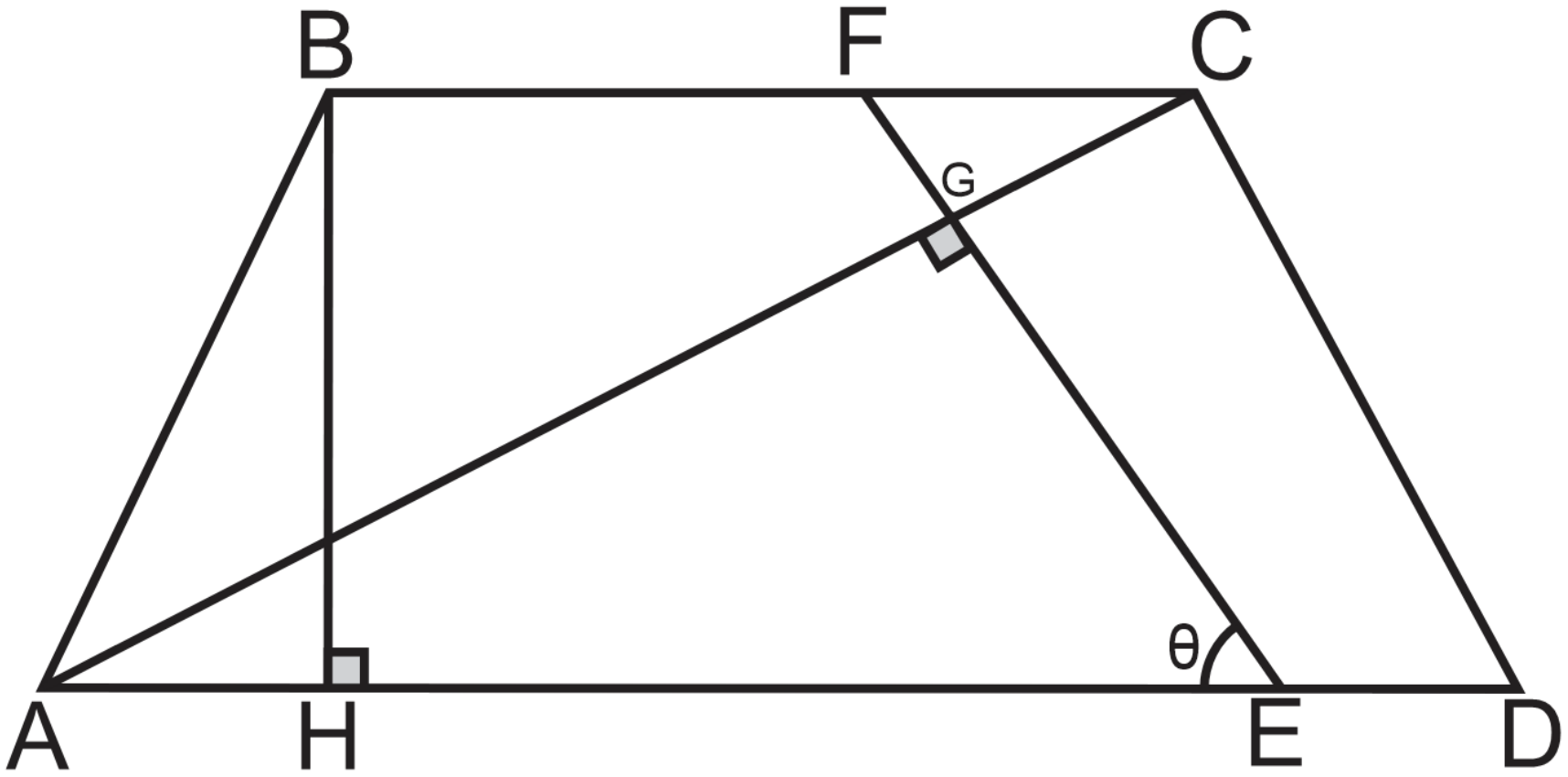
A) 1 B)2 C)1/2 D)3 E)4/3

19. En la figura mostrada: AP = 6 y PC = 8.Calcular la tangente del ángulo PAC.



A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ D) $\frac{2\sqrt{3}}{7}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{10}$

20. En el trapecio isósceles de la figura: m < BHA = m< AGE = 90°, si: 2AB = 3BC = 3AH, Calcule: Cotθ.



A) 1 B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{5}/2$ D) $\sqrt{5}/4$ E) $\sqrt{5}/8$

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS

CLAVES

1C	2D	3A	4C	5E	6A	7D	8A	9C	10D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30